

Relazioni di base per l'imaging in alta risoluzione

Di Daniele Gasparri

I parametri da conoscere e regolare nell'imaging in alta risoluzione dei corpi del sistema solare sono il campionamento e la focale equivalente. Quest'ultima si raggiunge anteponendo all'obiettivo della camera planetaria un sistema di lenti negative (barlow) o positive (oculari) alla giusta distanza dal sensore di ripresa. In questo articolo vediamo come calcolare tutti questi importanti parametri.

Campionamento e focale equivalente

Supponiamo di disporre di un telescopio di ottima qualità ottica e perfettamente collimato, in modo che esso fornisce immagini con una risoluzione uguale, (a volte superiore) a quella teorica. Nel caso di uno strumento da 23-25 cm, la risoluzione teorica è intorno a 0,50" ma non è raro che si possa arrivare anche a 0,30".

Supponiamo, inoltre, che la turbolenza atmosferica sia pressoché assente (ovvero, il seeing sia ottimo), in modo da poter sfruttare tutto questo potere risolutivo. Affinché si possano realmente catturare immagini con questa risoluzione, è necessario che il sensore della nostra webcam sia in grado di poterla "vedere" e catturare.

I sensori di ripresa sono infatti formati da elementi, chiamati pixel, che catturano la luce e formano l'immagine risultante; una tipica webcam ne possiede 640 in larghezza e 480 in altezza. Tali elementi sono di dimensioni ridotte, di 5,6 micron nel caso delle webcam attualmente utilizzate (le dimensioni dei singoli pixel sono un dato da conoscere, ed è sempre fornito con tutti i sensori digitali).

Nelle riprese astronomiche molto importante è il cosiddetto campionamento o scala dell'immagine, un valore che esprime la risoluzione massima effettivamente raggiunta con quel sensore, la quale dipende unicamente dalla focale dell'obiettivo (nel nostro caso il telescopio) utilizzata. Un esempio pratico: utilizzando una focale da 560 mm e pixel da 5,6 micron, si ha un campionamento di 2"/p (secondi d'arco ogni pixel); questo significa che ogni pixel registra un dettaglio esteso angolarmente 2 secondi d'arco.

Poiché i pixel sono gli elementi che andranno a comporre l'immagine finale, ne deriva che la risoluzione raggiunta è di 2", a prescindere da quella teorica del telescopio.

Possiamo quindi fare una prima importante affermazione: affinché si possa raggiungere la risoluzione massima offerta dal proprio telescopio, occorre che il valore del campionamento sia almeno uguale al valore teorico della risoluzione telescopica.

Il campionamento è un valore che dipende unicamente dalla focale equivalente del telescopio e dalle dimensioni dei pixel e non ha un collegamento diretto con la risoluzione realmente raggiunta nell'immagine che si è ripresa. Dall'esempio visto, un campionamento superiore alla risoluzione teorica dello strumento determina la risoluzione reale, ma quando la scala è sensibilmente minore della risoluzione teorica, il campionamento non è in alcun modo legato alla risoluzione raggiunta.

Quale è il campionamento che permette di sfruttare tutta la risoluzione offerta dal nostro telescopio?

Un principio, detto criterio di Nyquist, applicato al campo ottico, afferma che per sfruttare una risoluzione di uno strumento occorre che il più piccolo dettaglio visibile cada almeno su due pixel adiacenti.

Nel nostro caso significa quindi: **il campionamento ideale deve essere la metà della risoluzione teorica del telescopio**; solo in questo modo potremmo sfruttare in pieno il suo potere risolutivo e non essere limitati dalle dimensioni dei pixel del nostro sensore.

Calcolare il campionamento risultante è piuttosto facile, utilizzando la seguente formula approssimata: $C = (D_p / F) \cdot 206265$, dove C = campionamento, D_p = dimensioni dei pixel del sensore utilizzato e F = focale (equivalente) del telescopio. D_p e F devono avere le stesse unità di misura; 206265 è il fattore di conversione tra radianti e secondi d'arco.

Facciamo un esempio pratico: prendiamo una webcam con pixel da 5,6 micron e un telescopio commerciale da 25 cm, dalla focale di 1 metro. Il campionamento, utilizzando questa focale, è: $C = (5,6 \cdot 10^{-3} / 1000) \cdot 206265 = 1,15''/P$.

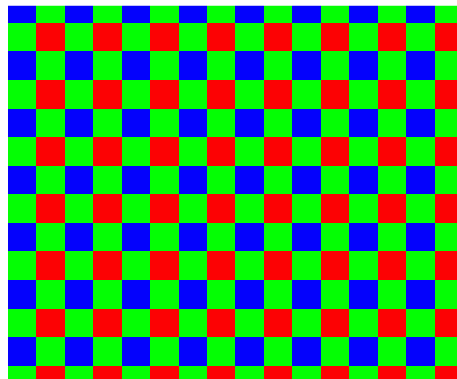
Nonostante una risoluzione teorica di 0,50'' (data dal criterio di Dawes: 115/D), il sistema fornisce una risoluzione di 1,15'' ogni pixel, a prescindere dal telescopio utilizzato.

Per sfruttare tutto il potenziale dato dal diametro, occorre un campionamento ideale pari alla metà del potere risolutivo teorico, quindi almeno 0,25''/P.

Come fare per raggiungere tale valore? La soluzione migliore è senza dubbio allungare la focale equivalente del telescopio utilizzando elementi ottici negativi (lenti di Barlow) o positivi (gli oculari che si utilizzano per osservare). L'inserimento di tali elementi nei portaoculari, prima del sensore di ripresa, porta ad un effettivo aumento della focale risultante del telescopio.

L'esempio più chiaro si ha con l'utilizzo di una lente di Barlow; le più diffuse sono le 2X ma non ne mancano anche di più potenti, fino a 5X. Utilizziamo proprio quest'ultima e la inseriamo nel nostro telescopio newtoniano da 25 cm di diametro e focale 1000 mm. La focale risultante sarà $F_{eq} = 1000 \times 5 = 5000$ mm, quindi il campionamento: $C = 0,23''/P$, un valore sufficiente per mostrare la risoluzione massima del telescopio!

In realtà le cose, soprattutto con i sensori a colori, sono più complicate. Essi, per fornire un'immagine a colori presentano una griglia di filtri Rossi, Verdi e Blu davanti ai pixel; in generale la disposizione è quella classica di Bayer. In questa configurazione il canale verde (G) è quello utilizzato anche per la cosiddetta immagine di luminanza, la quale fornisce cioè i dettagli realmente visibili, mentre la R e la B sono utilizzate quasi esclusivamente per fornire l'informazione sul colore. In tutti i sensori a



Disposizione dei filtri rosso (R), verde (G) e blu (B) in un sensore a colori come quello delle webcam. I pixel verdi sono la metà del totale e il doppio di quelli blu e rossi e vanno a comporre i veri dettagli di un'immagine, mentre i rossi e i blu hanno solo il compito di fornire l'informazione sul colore.

colori con griglia di filtri Bayer, la risoluzione reale è data sostanzialmente dal canale G, che ha un numero di pixel uguale alla metà del totale.

In realtà le cose sono leggermente più complicate e il processo di formazione dell'immagine a colori prende in considerazione algoritmi di interpolazione, che però per i nostri scopi non ci interessano. L'importante è capire che la risoluzione lineare di un sistema a colori è almeno il 30% inferiore a quella di un uguale sensore monocromatico.

Tenendo presente anche il rumore delle singole immagini, la compressione dei dati causata dal flusso della porta USB e il seeing, la focale di campionamento deve essere aumentata di almeno del 50%, in modo che **il più piccolo dettaglio risolvibile cada su 3-4 pixel** reali.

Questo si traduce, a prescindere dal telescopio utilizzato, ad utilizzare dei **rapporti focale compresi tra f30 e f40** se si utilizzano camere di ripresa (come le webcam) con pixel di 5,6 micron.

Nel caso di camere monocromatiche, per le quali non si hanno le considerazioni fatte sulla matrice di filtri, il campionamento ideale potrebbe essere leggermente minore, intorno ad f30, sebbene in casi in cui il seeing è ottimo e il contrasto dei dettagli planetari pure, i valori dati per le webcam possono tranquillamente essere utilizzati con profitto anche con questi dispositivi.

La regola, quindi, vale in generale: quando le condizioni atmosferiche lo permettono e quelle ottiche pure (collimazione in primis), **il campionamento ideale**, quello che permette di sfruttare le potenzialità dello strumento restituendo allo stesso tempo un'immagine ancora luminosa e non troppo rumorosa, **è quello che restituisce rapporti focale compresi tra f30 e f40, per pixel da 5,6 micron.**

Se le dimensioni dei pixel aumentano, aumenta anche il rapporto focale risultante, proporzionalmente all'aumento relativo delle dimensioni dei pixel. Ad esempio, i pixel da 7,4 micron sono 1,32 volte più grandi di quelli da 5,6 micron, quindi il rapporto focale risultante, per avere il campionamento ideale (il quale resta costante a parità di diametro del telescopio) sarà di 1,32 volte maggiore, ovvero compreso tra f40 e f50.

Utilizzare focali equivalenti nettamente maggiori per avere una scala dell'immagine ancora più piccola è controproducente. Il cosiddetto sovracampionamento si verifica quando la scala dell'immagine è troppo piccola rispetto alla risoluzione che lo strumento è effettivamente in grado di raggiungere. Se un telescopio è in grado di restituire una risoluzione di circa 1", è del tutto inutile campionare le immagini a 0,15"/p. Questo è un caso di sovracampionamento. La scala adeguata avrebbe dovuto essere almeno doppia, ovvero di 0,30"/p. Il sovracampionamento è nocivo principalmente per due motivi:

- 1) La risoluzione teorica è fissata e nessun campionamento, per quanto forzato, può migliorarla. Appare, quindi, quantomeno superfluo aumentare le dimensioni del corpo celeste in fase di ripresa.
- 2) Sovracampionando diminuisce la luminosità specifica dell'oggetto ripreso, ovvero ogni pixel riceverà meno luce rispetto ad un campionamento ottimale. L'immagine risultante risulterà poco luminosa e più rumorosa. Non è raro che in queste circostanze il contrasto dei dettagli diminuisca e che la risoluzione

effettivamente raggiunta sia minore di quella che si otterrebbe con un'immagine campionata correttamente.

Spesso gli astrofili, soprattutto i principianti, sono portati ad allungare oltre misura la focale di ripresa, in modo da avere un'immagine planetaria bella grande sul monitor del computer. L'utilità di questa operazione è puramente psicologica.

Se vi piace osservare immagini planetarie belle grandi, consiglio di ingrandire via software un'immagine ripresa con il campionamento ottimale, piuttosto che aumentare a dismisura la focale in fase di acquisizione dei filmati. Vedrete che la prima immagine risulterà sempre più gradevole e dettagliata della seconda.

E' bene fissare il concetto fondamentale che sta alla base di tutto il discorso: **lo scopo di allungare la focale per avere un campionamento adeguato è quello di rendere visibile al sensore tutta la risoluzione del proprio sistema ottico**. Aumentando la focale oltre il valore ottimale, non si aumenta la visibilità dei dettagli, né la risoluzione, per lo stesso identico principio per il quale aumentando a dismisura l'ingrandimento nelle osservazioni visuali, l'immagine, oltre una certa soglia, comincia a peggiorare in qualità, benché appaia più grande.

Vediamo ora alcune relazioni di base più in dettaglio, utili anche a prendere confidenza con semplici relazioni matematiche e con le grandezze di base per le applicazioni in alta risoluzione.

La formula generica per determinare qualsiasi campionamento (detto anche scala dell'immagine) è la seguente: $C = \frac{D_p}{F_{eq}} \cdot 206265$ dove C = campionamento in secondi

d'arco, D_p = dimensioni dei pixel, F_{eq} = focale equivalente, entrambi nelle stesse unità di misura (di solito millimetri). Il risultato è restituito in secondi d'arco su ogni pixel.

Come già detto, è la focale e le dimensioni dei pixel che determinano la scala dell'immagine.

Nel caso delle riprese in alta risoluzione, parliamo di focale ottimale e campionamento ottimale, ovvero le quantità che ci consentono il raggiungimento della massima risoluzione strumentale.

La formula generalmente si inverte perché è necessario regolare la focale in funzione del valore di campionamento ottimale. Tenendo presenti le considerazioni appena fatte, **il**

campionamento ottimale è dato da: $C_{ott} = \frac{37}{D}$, dove D è il diametro dell'obiettivo del

telescopio espresso in millimetri. Il risultato esce in secondi d'arco. Questa relazione è quindi più maneggevole perché non prevede conversioni tra unità di misura come le precedenti. La formula vale solamente per le lunghezze d'onda visibili (circa 550 nm).

Una formula che esprime la dipendenza dalla lunghezza d'onda è la seguente:

$C_{ott} = 0,33 \frac{\lambda}{D} \cdot 206265$, dove λ = lunghezza d'onda di osservazione (picco) e D =

diametro dell'obiettivo del telescopio. In questo caso lunghezza d'onda e diametro devono avere la stessa unità di misura (di solito millimetri).

Mettendo a sistema le relazioni trovate:
$$\begin{cases} C_{ott} = \frac{D_p}{F_{eq}} \cdot 206265 \\ C_{ott} = 0,33 \frac{\lambda}{D} \cdot 206265 \end{cases}$$
 possiamo ricavare la

focale equivalente necessaria per raggiungere il campionamento ottimale: $F_{ott} = \frac{D_p D}{0,33 \lambda}$.

La focale equivalente ottimale dipende dalle dimensioni dei pixel del sensore utilizzato, dal diametro del telescopio e dalla lunghezza d'onda di osservazione.

Le relazioni appena viste sono indicative e non forniscono certo dati da seguire rigorosamente. Sta ad ogni astrofilo sperimentare diversi campionamenti e giudicare analizzando i risultati ottenuti.

Viceversa, se abbiamo un ripresa planetaria (o deep-sky) dalla quale vogliamo calcolare il campionamento e la focale equivalente, occorre misurare prima un dettaglio con un'estensione lineare ed angolare note. In generale si misura il diametro in pixel del globo del pianeta e lo si confronta con il diametro angolare che possiamo leggere in ogni effemeride. Dopodiché il gioco è fatto. Il campionamento calcolato sarà dato da:

$C_{calc} = \frac{d_{ang}}{d_{lin}}$, dove d_{ang} sono le dimensioni angolari (in secondi d'arco) che

corrispondono alle dimensioni lineari d_{lin} misurate in pixel sull'immagine. Generalmente

per i pianeti si usa d_{lin} = diametro del globo planetario in pixel e d_{ang} = diametro angolare del globo, da leggere nelle effemeridi. La focale equivalente risultante con questo

campionamento calcolato è: $F_{eq} = \frac{D_p}{C_{calc}} \cdot 206265$, dove il diametro dei pixel è espresso in

millimetri ed il campionamento in secondi d'arco/pixel.

Quindi, ricapitolando:

1) **Campionamento generico**, o scala dell'immagine: $C = \frac{D_p}{F_{eq}} \cdot 206265$ (unità di misura in millimetri)

2) **Campionamento ottimale nelle riprese in alta risoluzione:**

$C_{ott} = 0,33 \frac{\lambda}{D} \cdot 206265$, o, se si lavora nel visibile: $C_{ott} = \frac{37}{D}$. In tutti i casi,

lunghezza d'onda e diametro sono espressi in millimetri.

3) **Focale equivalente ottimale nelle riprese in alta risoluzione**, a partire dal

campionamento ottimale: $F_{ott} = \frac{D_p}{C_{ott}} \cdot 206265$, oppure, generalmente:

$F_{ott} = \frac{D_p D}{0,33 \lambda}$, con tutte le unità di misura espresse in millimetri.

- 4) **Campionamento calcolato** a partire dalla misurazione di una generica immagine: $C_{calc} = \frac{d_{ang}}{d_{lin}}$, dove d_{ang} sono le dimensioni angolari del dettaglio, espresse in secondi d'arco, corrispondenti alle dimensioni d_{lin} misurate in pixel sull'immagine considerata.
- 5) **Focale equivalente calcolata** a partire dal campionamento calcolato: $F_{eq} = \frac{D_p}{C_{calc}} \cdot 206265$. Come sempre, il diametro dei pixel è espresso in millimetri, il campionamento calcolato in secondi d'arco su pixel.

Vediamo alcuni esempi nel caso di riprese in alta risoluzione.

Dimensioni pixel: 5,6 micron ($5,6 \cdot 10^{-3} mm$)

Diametro telescopio (mm)	Campionamento Ottimale (a 550 nm) ("/pixel)	Focale ottimale (mm)
100	0,37	3100
150	0,24	4800
200	0,18	6400
250	0,15	7700

Dimensioni pixel: 7,4 micron ($7,4 \cdot 10^{-3} mm$)

Diametro telescopio (mm)	Campionamento Ottimale (a 550 nm)	Focale ottimale (mm)
100	0,37	4100
150	0,24	6400
200	0,18	8500
250	0,15	10200

Come si può vedere, mentre il campionamento ideale dipende solo dal diametro strumentale, la focale ottimale è anche funzione delle dimensioni dei pixel del sensore.

Per questo motivo, quando si danno informazioni sulla propria immagine, sarebbe meglio parlare sempre di campionamento utilizzato piuttosto che di focale, perché è questo il vero discriminante sulla risoluzione che si può raggiungere.

A parità di condizioni esterne, una ripresa a 20 metri di focale con un sensore con pixel da 20 micron avrà sempre una risoluzione minore di una ripresa con focale di 7 metri e pixel da 5,6 micron, nonostante si possa essere portati a pensare che la focale maggiore porti ad un ingrandimento maggiore.

Nelle riprese digitali non ha mai senso parlare di ingrandimento (perché non esiste!), ma solo di campionamento.

Metodi e relazioni per aumentare la focale equivalente

Nessun telescopio è progettato per lavorare con i rapporti focale necessari per l'imaging in alta risoluzione visti nel paragrafo precedente, per questo motivo è necessario ricorrere a degli accessori ottici in grado di allungare la focale equivalente del nostro strumento.

Per aumentare la focale equivalente del telescopio e cercare di ottenere la massima risoluzione che lo strumento può offrire, è necessario conoscere qualche semplice relazione per capire il tipo di accessori da utilizzare e come raggiungere la focale adatta.

- **Il metodo della proiezione dell'oculare:** un oculare viene inserito nel telescopio come per le osservazioni visuali. Al posto dell'occhio si pone il sistema di ripresa, sia esso webcam o camera CCD, privo di qualsiasi altro elemento ottico (come l'obiettivo della webcam). La focale equivalente ottenuta in questo modo dipende dalla focale dell'oculare utilizzata (analogamente all'ingrandimento visuale) e dalla distanza tra oculare e sensore di ripresa, detta anche tiraggio, secondo la formula semplice: $F_{eq} = \left(\frac{T}{F_o} - 1 \right)$, dove T è il

tiraggio, cioè la distanza, in mm, tra la lente dell'oculare più vicina al sensore e il sensore di ripresa, e F_o è la focale dell'oculare, in mm. Dalla formula si capisce che aumentando la distanza tra oculare e sensore aumenta la focale equivalente; questo punto è di fondamentale importanza, perché consente di utilizzare oculari dalla focale relativamente lunga (15-20mm), molto più semplici da impiegare rispetto a quelli con focali corte.

In effetti, la maggior parte degli astrofili preferisce utilizzare oculari con queste focali ed un tiraggio di una decina di centimetri, piuttosto che un tiraggio minimo ed un oculare da pochi mm di focale.

- **il metodo dell'interposizione di un sistema negativo**, di solito costituito da una lente di barlow, è molto simile.

Si inserisce la lente di barlow nel portaoculare e poi il sensore di ripresa privato del suo obiettivo. L'ingrandimento risultante dipende dalla natura della lente di barlow e dalla distanza alla quale si trova il sensore.

Il potere amplificatore di questi accessori è di solito noto e generalmente è di 2X: questo significa che la focale raddoppia alla distanza alla quale si inserisce l'oculare.

Se il sensore non si trova esattamente alla distanza dove il costruttore della lente ha previsto il posizionamento dell'oculare, il fattore amplificatore varia: se siamo più lontani la focale equivalente aumenta, se siamo più vicini diminuisce. Questo fenomeno è intrinseco nelle leggi dell'ottica che riguardano i gruppi negativi di lenti, ed è vero per tutte le lenti di barlow, ad eccezione delle Televue, le quali impiegano sistemi positivi per l'amplificazione (a rigor di definizione non si tratterebbe più di lenti di barlow).

Per calcolare la focale equivalente in funzione della distanza dalla lente di barlow ci serviamo alcune semplici formule:

La prima ci dà il fattore d'ingrandimento della lente di barlow in funzione della distanza effettiva alla quale viene utilizzata: $M = \frac{D}{F_B} + 1$ dove M = fattore d'ingrandimento reale;

D = distanza tra la lente barlow e il sensore ed F_B è la focale della lente di barlow. Questo dato è sconosciuto perché non viene in generale dato dal costruttore e deve essere ricavato.

Se la lente di barlow è una 2X, allora F_B è la distanza tra la lente e la prima lente di un eventuale oculare inserito nel suo barilotto; se la lente è una 3X, F_B è metà di tale distanza; se abbiamo una 4X F_B è $1/3$, 5X F_B è $1/4$.

Una volta noto F_B , possiamo ricavare il nuovo fattore di moltiplicazione M dato dalla combinazione la distanza D e la focale nativa della lente di barlow (in realtà è il valore assoluto della focale, poiché essa, a rigore, dovrebbe essere negativa). Ricorda che D è la distanza tra le lenti della lente di barlow ed il sensore.

Dalla conoscenza di M possiamo ricavare la focale equivalente: $F_{eq} = MF$ dove F = focale originale del telescopio.

In generale, a prescindere dal tipo di sistema per amplificare la focale originaria, un telescopio da 20-25 cm è utilizzato con focali equivalenti comprese tra 7 e 9 metri, con sensori con pixel da 5,6 micron di lato.

Ricordate che la semplice relazione per passare dal rapporto focale equivalente alla focale equivalente e viceversa è: $f_{eq} = \frac{F_{eq}}{D}$ dove D è il diametro dell'obiettivo del telescopio.