

Moto circolare uniforme

Un corpo che si muove su una circonferenza con velocità costante è il caso tipico di moto circolare uniforme, ma è diverso rispetto ai casi di moto rettilineo uniforme.

Innanzitutto si tratta di un moto periodico, poiché esso si ripete sempre uguale a se stesso dopo un certo intervallo di tempo; in effetti con questa semplice osservazione, abbiamo già definito una delle grandezze fondamentali di tale moto: il periodo.

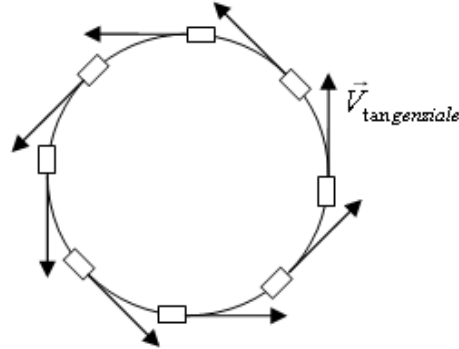
Il periodo è l'intervallo di tempo dopo il quale il corpo, in moto su una circonferenza (di raggio costante) si ritrova nella stessa posizione di partenza, o in altre parole, il tempo necessario per compiere un giro completo. Per calcolare il periodo possiamo utilizzare la definizione di velocità media che è data dal rapporto tra lo spazio e il tempo: $v = \frac{S}{t}$; invertendo la formula ci

possiamo ricavare il tempo: $t = \frac{S}{v}$. Nel caso specifico il tempo che a noi serve è il periodo e lo spazio, per definizione, sarà l'intero perimetro della circonferenza, cioè $2\pi R$ dove R è il raggio della circonferenza. Il periodo quindi, è definito come: $T = \frac{2\pi R}{v}$.

La frequenza è invece definita nel modo inverso; se il periodo è il tempo richiesto per compiere un giro, la frequenza è il numero di giri che il corpo percorre in un secondo; in effetti essa è l'inverso del periodo: $f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi R}$

La velocità tangenziale: In ogni punto della circonferenza la direzione del vettore velocità cambia. In effetti si parla di velocità tangenziale (costante) poiché il vettore velocità è in ogni punto la tangente al punto stesso ed ha modulo (intensità) sempre costante.

La velocità angolare: la velocità con cui un corpo percorre una circonferenza è costante (moto uniforme) ed è data dal rapporto tra lo spazio percorso e il tempo. In questo specifico caso però, c'è anche un altro modo per esprimere la velocità;



poiché il corpo percorre una circonferenza posso definire una nuova velocità, detta velocità angolare che mi indica l'angolo percorso dal corpo in un certo intervallo di tempo, cioè in formule: $\omega = \frac{\Delta \mathcal{G}}{\Delta t}$ dove $\Delta \mathcal{G}$ è l'angolo spazzato in Δt

secondi. In questa relazione gli angoli si misurano in radianti e non in gradi. Il radiante è una particolare unità di misura degli angoli riferita proprio al rapporto tra il raggio di una circonferenza e l'arco compreso tra l'angolo; tale rapporto infatti è costante per ogni circonferenza e definisce il radiante. Per vedere quanto vale un radiante possiamo considerare il caso limite di un angolo giro, pari a 360° . L'angolo in radianti è definito come il rapporto tra l'arco di circonferenza

compreso nell'angolo e il raggio: $rad = \frac{arco}{Raggio}$; nel caso dell'angolo giro l'arco

sarà tutta la circonferenza, cioè $2\pi R$ e quindi: $rad = \frac{arco}{Raggio} = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi$. Un

angolo giro corrisponde a 2π radianti. Questo valore è un numero ma raramente si esprime poiché il π non è un numero intero. Allo stesso modo un angolo piatto (180°) corrisponderà a π radianti. Per conoscere il fattore di conversione tra gradi e radianti basta fare una semplice proporzione. Se ho ad esempio 60° da convertire in radianti, basta risolvere la seguente proporzione:

$$\pi : 180^\circ = X : 60^\circ \rightarrow X = \frac{60^\circ \pi}{180^\circ} = 1,05 rad. \text{ Viceversa se ho un angolo di } 1,30$$

$$\text{radianti, corrisponderanno a: } \pi : 180^\circ = 1,30 : Y \rightarrow Y = \frac{180^\circ \cdot 1,30}{\pi} = 74,5^\circ.$$

Torniamo ora alla definizione di velocità angolare; il suo valore ci dice quanti radianti percorre il corpo in un secondo; anche essa sarà quindi costante poiché il moto è uniforme. Per ricavare un'espressione, possiamo partire dalla definizione:

$$\omega = \frac{\Delta \mathcal{G}}{\Delta t} \text{ e considerare il caso limite che già conosciamo, cioè il caso in cui}$$

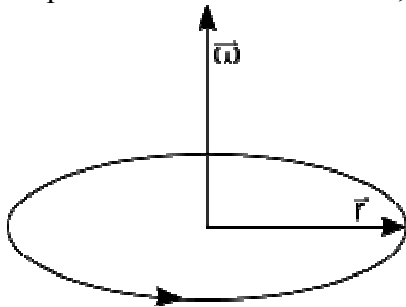
l'angolo spazzato è di 360° o meglio di 2π radianti, con il tempo impiegato che è quindi il periodo T , che abbiamo visto essere $T = \frac{2\pi R}{v}$. Se quindi sostituiamo

$$\text{l'espressione del periodo e l'angolo di } 2\pi \text{ radianti nella relazione } \omega = \frac{\Delta \mathcal{G}}{\Delta t}$$

$$\text{troviamo: } \omega = \frac{\Delta \mathcal{G}}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi R}{v}} = \frac{1}{R} = \frac{v}{R}, \text{ cioè la velocità angolare è il rapporto}$$

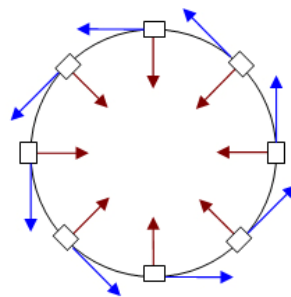
tra la velocità tangenziale e il raggio della circonferenza ed ha come unità di

misura radianti/secondo. D'altra parte, conoscendo omega possiamo ricavarci la velocità tangenziale: $v = \omega R$. Anche la velocità angolare è un vettore e per essere identificato totalmente ha bisogno anche di una direzione e di un verso. Il vettore velocità angolare ha direzione perpendicolare al moto. Il verso è verso l'alto se il corpo ruota in senso antiorario, verso il basso se ruota in senso orario.



Accelerazione centripeta:

Abbiamo visto come la velocità tangenziale nel moto circolare uniforme sia costante, ma questo è vero solo in parte. La velocità è infatti un vettore e, come ogni



— Vettore accelerazione centripeta
— Vettore velocità tangenziale

grandezza vettoriale, per essere caratterizzata completamente ha bisogno di tre informazioni: il modulo o l'intensità, la direzione e il verso. Nel moto circolare uniforme è l'intensità a rimanere costante, mentre varia la direzione e il verso. Quando una di queste grandezze vettoriali varia siamo di fronte ad un'accelerazione. Siamo abituati a visualizzare l'accelerazione come una macchina che accelera (positiva) o che frena (negativa), in altre parole solamente come una variazione dell'intensità del vettore velocità nel tempo. Nel moto circolare uniforme si parla invece di accelerazione centripeta e può essere visualizzata come un qualcosa che trattiene il corpo verso il centro (una corda, una calamita...) e modifica continuamente la direzione della sua velocità; senza questa forza che lo trattiene verso il centro, un corpo con velocità costante proseguirebbe in linea retta. Per calcolarla possiamo partire dalla definizione classica, cioè

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t};$$

poiché al numeratore è presente una differenza di vettori, il

risultato sarà un vettore. Se l'accelerazione fosse nulla, cioè vorrebbe dire che

anche le direzioni dei due vettori velocità finale ed iniziale sarebbero le stesse, ma questo si verifica nel moto rettilineo uniforme, non certo in quello circolare. Il numeratore è quindi un vettore la cui intensità è diversa da 0; il rapporto è quindi diverso da 0 e quindi l'accelerazione non sarà nulla. Il rapporto appena descritto si può modificare e ci permette di arrivare alla classica formula dell'accelerazione

centripeta: $a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$. Anche l'accelerazione centripeta è un vettore ed è diretto verso il centro della circonferenza.